

علاقات أساسية في المثلثات



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} = \csc^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

علاقات أساسية

$$\sin(A+B) = \sin C$$

$$\cos(A+B) = -\cos C$$

$$\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$$

في مثلث ΔABC نجد

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$$

في الزاويتين المتكاملتين

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

في الزاويتين المتتامتين

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

في الزاويتين المتعاكستين

$$\sin(0) = 0$$

$$\cos(0) = 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$$

$$\cos(\pi) = -1$$

$$\sin(\pi) = 0$$

$$* \sin x = \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} x = \theta + 2\pi K & \text{إما} \\ x = \pi - \theta + 2\pi K & \text{أو} \end{cases}$$

$$* \cos x = \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} x = \theta + 2\pi K & \text{إما} \\ x = -\theta + 2\pi K & \text{أو} \end{cases}$$

$$* \tan x = \tan \theta \Rightarrow x = \theta + \pi K$$

المعادلات المثلثية البسيطة

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi K$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi K$$

$$\tan x = 0 \Rightarrow x = \pi K$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi K \quad \text{جذر مضاعف}$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi K \quad \text{جذر مضاعف}$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi K \quad \text{جذر مضاعف}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi K \quad \text{جذر مضاعف}$$

معادلات مثلثية خاصة

$$\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$$

النسب المثلثة لمجموع

زاويتين وفرقتهما

علاقات أساسية في المثلثات



$$\begin{aligned} \sin 2A &= 2 \sin A \cos A \\ \cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A \\ &= 2 \cos^2 A - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 A \\ \tan 2A &= \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \end{aligned}$$

النسب المثلثية لضعفي زاوية

$$\begin{aligned} \sin^2 A - \sin^2 B &= \sin(A+B) \cdot \sin(A-B) \\ \cos^2 A + \cos^2 B - 1 &= \cos(A+B) \cdot \cos(A-B) \\ \tan A + \tan B &= \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B} \\ \tan A - \tan B &= \frac{\sin(A-B)}{\cos A \cdot \cos B} \end{aligned}$$

متطابقات مثلثية شهيرة

$$\begin{aligned} \sin 3A &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \\ \cos 3A &= 4 \cos^3 A - 3 \cos A \\ \tan 3A &= \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A} \end{aligned}$$

دساتير ثلاثة أمثال زاوية

$$\begin{aligned} \sin^2 A &= \frac{1 - \cos 2A}{2} \\ \cos^2 A &= \frac{1 + \cos 2A}{2} \\ \tan^2 A &= \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} \end{aligned}$$

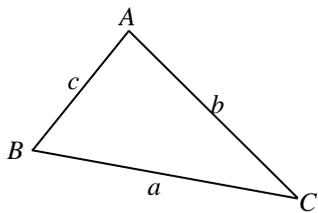
دساتير مربعات النسب المثلثية
بدلالة تجيب ضعفي الزاوية

$$\begin{aligned} \sin A + \sin B &= 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \sin A - \sin B &= 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \\ \cos A + \cos B &= 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \cos A - \cos B &= -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \end{aligned}$$

دساتير التحويل من مجموع إلى جداء

$$\begin{aligned} \sin A \cdot \cos B &= \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)] \\ \cos A \cdot \sin B &= \frac{1}{2} [\sin(A+B) - \sin(A-B)] \\ \cos A \cdot \cos B &= \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)] \\ \sin A \cdot \sin B &= -\frac{1}{2} [\cos(A+B) - \cos(A-B)] \end{aligned}$$

دساتير التحويل من جداء إلى مجموع



$$\begin{aligned} a &= 2R \sin A \\ b &= 2R \sin B \\ c &= 2R \sin C \end{aligned}$$

نستنتج منها $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

قاعدة الجيب في مثلث ΔABC

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

نستنتج منها

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned}$$

قاعدة التيجيب في مثلث ΔABC

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} a \cdot h_a \\ S &= \frac{1}{2} bc \cdot \sin A \\ S &= 2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C \\ S &= \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \end{aligned}$$

قوانين مساحة سطح مثلث ΔABC

